

超入門！電子回路

抵抗とコンデンサ

星 貴之

平成 21 年 11 月 11 日

1. はじめに

「回路の講義は受けていたが、全く分からなかった」という人がいる。内容が多過ぎて全て覚えるのかと思うと気が遠くなって嫌気が差す、というのが理由の一つかと思う。しかし実際には、基礎的な事柄をいくつか押さえれば、後はその応用でそこそこのことは出来るようになる。本稿では簡単な回路を例にとり、周波数特性の考え方から実際に回路を作るまでの流れをまとめる。

2. ローパスフィルタ

例題として抵抗とコンデンサからなる回路 (Fig.1) を取り上げる。多くの回路では電圧の時間波形を信号として扱う。今回の場合、入力電圧 $V_{in}(t)$ [V] に対して出力電圧 $V_{out}(t)$ [V] はどうなるか、が興味の対象である。

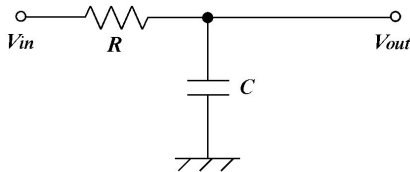


Fig.1 例題。交点の黒丸は重要。これを描かないと線が接続していないことになるので注意。

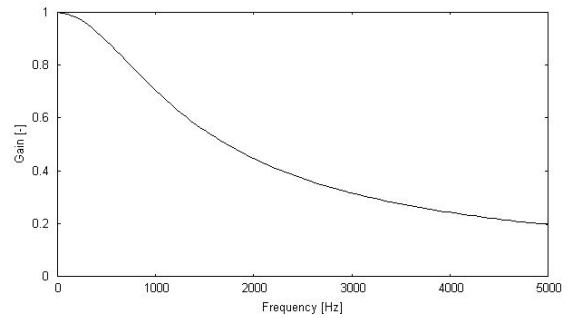
2.1 理論

任意の信号は正弦波の重ね合わせで表現できる (フーリエ変換)。そのため交流電圧 $V e^{j(\omega t + \phi)}$ [V] について調べれば回路の特性が全て分かったことになる。また (線形時不変回路では) 入力と出力の周波数が同じなので、結局、振幅 V [V] と位相 ϕ [rad] の 2 変数の動向 (周波数特性) を調べることに帰着する。

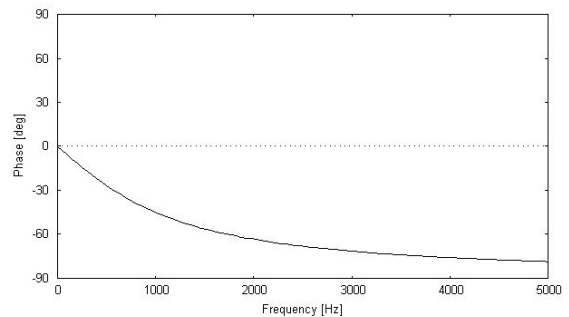
周波数特性はインピーダンス Z [Ω] (交流に対する抵抗) の計算をすれば得られる。抵抗 R [Ω]、コンデンサ C [F] のインピーダンスはそれぞれ $Z_R = R$ 、 $Z_C = 1/j\omega C$ と表される。これは、抵抗は周波数に依存せず、コンデンサは高周波の電流ほどよく通すことを意味している。計算するときのインピーダンスの扱い方は、抵抗と同様である。回路図を冷静に見ると、出力電圧 V_{out} は入力電圧 V_{in} をインピーダンス Z_R 、 Z_C によって分圧したものである。よって次のように計算される。

$$V_{out} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} V_{in} = \frac{1}{1 + j\omega CR} V_{in} \equiv H(\omega) V_{in} \quad (1)$$

$H(\omega)$ は回路の周波数特性を表す。ゲインは $|H(\omega)|$ 、位相は $\arg\{H(\omega)\}$ である。それぞれのグラフを Fig.2 に示す。これは低周波を通過させるローパスフィルタ (LPF) である。高周波ノイズの除去などに使われる。



(a) 振幅特性



(b) 位相特性

Fig.2 振幅特性と位相特性 ($R = 1.6 \text{ k}\Omega$, $C = 0.1 \mu\text{F}$)。これらは対数表示されることが多い (ボート線図)。

【課題 1】 $Z_C = 1/j\omega C$ の導出と、物理的意味を答えよ。

【課題 2】 Fig.1 の抵抗とコンデンサを入れ替えた回路の周波数特性を求めよ。それは何フィルタと呼べるか。

2.2 設計

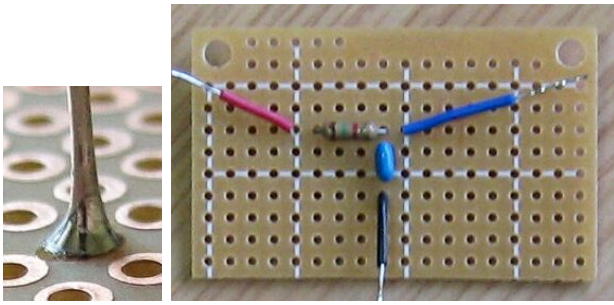
実現したい周波数特性に応じて、適切な回路定数を決定する。今回のローパスフィルタでは、カットオフ周波数 $\omega_c = 2\pi f_c$ が設定すべきパラメータである。出力が入力に対して -3 dB (エネルギーで $1/2$ 、振幅で $1/\sqrt{2}$) になる周波数がカットオフ周波数である。 CR ($\equiv \tau$ [s]) は時定数と呼ばれ、回路の応答時間を表す。

$$|H(\omega_c)|^2 = \frac{1}{1 + \omega_c^2 C^2 R^2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \omega_c = \frac{1}{CR} \quad (2)$$

【課題 3】 $f_c = 1 \text{ kHz}$ とするための R 、 C を求めよ。

2.3 実装

回路定数を決めたら、いよいよ実際に回路を作る段階である。今回は簡単な回路なのでユニバーサル基板を用いる。より複雑で部品数が多かったり微小な部品を使う場合には、回路パターンを設計して専用基板を製造する方法もある。



(a) 接合部 (b) ローパスフィルタ回路

Fig.3 半田接合部と実装したローパスフィルタ。手元に 1.6 kΩ が無かったので 1.5 kΩ で代用した。

半田付けは、火傷に注意しつつ以下の手順で行なう。

1. 部品を基板に挿し、曲げるなどして軽く固定する。
2. 半田ゴテで部品とランド (基板の金属部分) の両方を 5 秒程度温める。
3. 半田ゴテを当てたまま、半田線を当てて溶かす。
4. 半田が付いたら、半田線、半田ゴテの順で離す。

半田付けの理想は富士山型 (Fig.3 (a)) である。部品とランドが導通しさえすればよいので神経質になる必要はないが、適切な量と形の目安とする。半田は温められた場所へ流れるため、部品の加熱が不十分だとランドのみに付いて、接触不良の原因となったりする。逆に、回路が正しく動作しないとき、とりあえず半田ゴテで温め直すとうまくいくこともある。半田が多過ぎたときは、半田吸取線や半田吸取器で除去してやり直す。半田ゴテに付着した半田は邪魔なので、水を含ませたスポンジにこすり付けて落としておく。

抵抗値は 4 桁 (10 の位, 1 の位, 10 の指数, 許容誤差) のカラーコード (黒=0, 茶=1, 赤=2, 橙=3, 黄=4, 緑=5, 青=6, 紫=7, 灰=8, 白=9) で示される (単位 Ω)。たまに例外もある (100 の位まである, など)。また容量値は 3 桁 (10 の位, 1 の位, 10 の指数) の数字で示される (単位 pF)。例えば 104 と書いてあるコンデンサなら, $10 \times 10^4 \text{ pF} = 0.1 \mu\text{F}$ である。なお極性のある電解コンデンサは、負の電圧をかけると破裂するので交流には使わないこと。

実装した回路を Fig.3 (b) に示す。配線は種類ごとに色分けしておく、後で見直すときに便利である。例えば、電源の正の電圧や入力信号には暖色 (赤, 黄など)、GND には黒、負の電圧や出力信号には灰色や寒色 (青, 緑など)。導線 (より線) の先端は、ばらけないよう擦って半田をしみこませて補強しておく。

2.4 実験

ファンクションジェネレータで電圧信号を入力し、オシロスコープで出力を観察する。ファンクションジェネレータの代わりに何らかのセンサをつないでもよい。例えばマイクロフォンを使って口笛 (結構きれいな正弦波) などを観察する。ただし、ハイインピーダンスで受けるための電圧フォロアが必要になる (かも知れない)。

【課題 4】様々な周波数の正弦波を入力し、入力と出力の比から振幅特性のグラフを作成せよ。

【課題 5】矩形波や三角波を入力して出力を観察し、フーリエ級数展開との関係を考察せよ。

3. おわりに

本稿で扱った内容さえ理解すれば、とりあえず研究は始められると思う。他の知識や難しい事柄は、必要になったときに調べて身に付けければよい。例えばコイルを使うときには、インピーダンスが $j\omega L$ と表されることだけ覚えれば、それ以降の考え方は同じである。また例題の (1 次) ローパスフィルタの周波数特性が気に食わない場合は、次数を高くしてみたり、パワース (振幅特性が平坦)、ベッセル (位相特性が線形 = 群遅延が一定 = 波の形状を保存)、チェビシェフ (カットオフが急峻) フィルタなどを検討する。

参考書として文献 [1] を挙げておく。計測で使う様々な回路が載っており、とても勉強になる本である。

参考文献

- [1] 安藤 繁: 電子回路 — 基礎からシステムまで, 培風館, 1995.

A 解答集

【課題 1】コンデンサに貯まる電荷と電圧の関係より $Q(t) = CV(t)$. ところで電流 $I(t)$ は電荷の時間微分なので, $V(t) = V_0 e^{j\omega t}$ とおくと,

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C \frac{dV(t)}{dt} = j\omega CV(t) \quad (3)$$

$V(t) = ZI(t)$ より, $Z_C = 1/j\omega C$ が導かれる。またインピーダンスの位相 $\arg\{Z_C\} = -\pi/2$ から、電圧が電流に対して $\pi/2$ 遅れることがわかる。これは、電流が流れて電荷が貯まるとともに電圧が上がっていき、電流が負に転じるとき電圧が最大となることを表している。

【課題 2】

$$H(\omega) = \frac{Z_R}{Z_C + Z_R} = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} \quad (4)$$

グラフは省略。単調増加であり $|H(\omega)| \rightarrow 0 (\omega \rightarrow 0)$, $|H(\omega)| \rightarrow 1 (\omega \rightarrow \infty)$ なので、ハイパスフィルタである。DC 成分のカットなどに使われる。

【課題 3】 $f_c = 10^3 \text{ Hz} = 1/2\pi CR$ となればよい。市販の抵抗は $1 \Omega \sim 1 \text{ M}\Omega$, コンデンサは $1 \text{ pF} \sim 10 \mu\text{F}$ あたりなので、その中から近い値を選ぶ。例えば $R = 1.6 \text{ k}\Omega$, $C = 0.1 \mu\text{F}$ など (Fig.2 参照)。

【課題 4】Fig.2 (a) のようなグラフが得られればよい。その際、変化の小さい範囲は粗くてもよいが、変化の大きい範囲は細かくデータを採るべきである。一概には言えないが、目安は曲線の凹凸がわかる程度。

【課題 5】周波数 ω の矩形波 $f_{rect}(t)$ と三角波 $f_{tri}(t)$ (オフセット (DC 成分) なし) のフーリエ級数展開は

$$f_{rect}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\{(2k+1)\omega t\}}{2k+1} \quad (5)$$

$$f_{tri}(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos\{(2k+1)\omega t\}}{(2k+1)^2} \quad (6)$$

この級数の高調波成分が低減された波形が観察される。