

超指向性スピーカの理論

星 貴之

平成 24 年 3 月 24 日

1. はじめに

超指向性スピーカ (パラメトリックスピーカ, 音のスポットライト) [1, 2] は限られた範囲にのみ音を送ることのできる装置である. この特性は, 超音波をキャリアとして可聴音を送出することにより実現される. しかし詳細について述べている文献は少なく, “超音波の直進性を利用している” とだけ説明されることが多い.

本稿では, 可聴音がどのようにして超音波から生じ, いかにして超指向性を持つか, についてまとめる.

2. 自己復調

超音波が時間的に変動するとき, 自己復調作用により二次波が放射される. 超音波の音圧 p_1 [Pa] から放射される二次波 p_s [Pa] は, 以下の非同次波動方程式で表される [1]. これはナビエ・ストークス方程式をはじめとする流体の基本方程式において, 二次の微小量まで考慮した近似を行い, 渦, 粘性, 吸収などを無視し, 平面波を仮定することにより得られる [3].

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p_s = -\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p_1^2 \quad (1)$$

ここで β は非線形パラメータ, ρ_0 [kg/m³] は媒質の密度, c_0 [m/s] は音速である. 右辺は駆動力を表し, 超音波の二乗の二階微分に比例している. すなわち, 超音波が変動するとき, その空間自体が音源としてふるまう.

AM 変調を仮定してこれを解くと, 二次波の振幅がその周波数の二乗に比例することが導かれる [1]. スピーカとして用いる際には, この周波数特性を考慮して変調する必要がある.

3. 超指向性

可聴音の超指向性は, 超音波の直進性とパラメトリックアレイによって実現される.

3.1 超音波の直進性

超音波は可聴音よりも指向性が強い. 半径 a [m] の円形ピストン (スピーカ) の指向性係数 $D(\theta)$ は次式で表される [4, 5].

$$D(\theta) = \frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \quad (2)$$

ここで J_1 は第一種一次ベッセル関数, k [rad/m] は波数である. 式 (2) は ka が大きいほど, すなわちスピーカの半径が同じならば周波数が高い音ほど強い指向性を持つことを表している.

指向性の指標として半減半角 $\theta_{1/2}$ [rad] を考える. この場合の半減半角は, $J_1(x)/x$ が $1/2$ になるのが $x = 2.215$ のときであることから

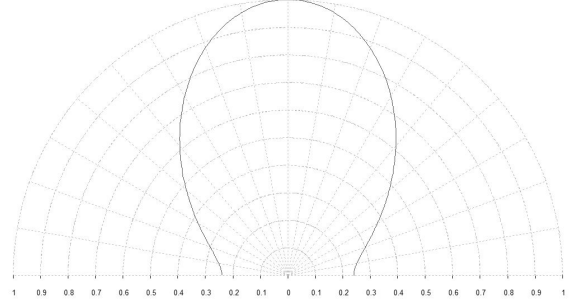


Fig.1 超音波振動子 ($a = 4$ mm) の指向性.

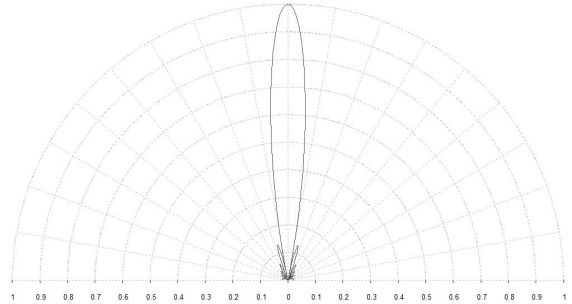


Fig.2 振動子アレイ ($a = 25$ mm) の指向性.

$$\theta_{1/2} = \sin^{-1}\left(\frac{2.215}{ka}\right) \simeq 0.35 \frac{\lambda}{a} \quad (3)$$

により与えられる. λ [m] は超音波の波長である. 市販の超音波振動子 (共振周波数 40 kHz) [6] は半径 $a = 4$ mm 程度である. その半減半角は 50 deg と広い (Fig.1). 超指向性スピーカでは, この振動子を二次元的に多数並べることで等価的に a を大きくしている. 例えばパラメトリック・スピーカ実験キット [7] ($a = 25$ mm) では半減半角 7 deg という指向性が実現される (Fig.2).

3.2 パラメトリックアレイ

超音波の各波面は, 各地点において自己復調により可聴音を発する点音源として働き, その音源自身も音速で進む. これは位相のずれたバーチャル音源の直線状のアレイとみなすことができる (パラメトリックアレイ). この音源アレイの干渉の結果, 可聴音の鋭いビームが形成される. このようなアレイはアンテナ工学の分野ではエンドファイアアレイと呼ばれる.

長さ L [m] のパラメトリックアレイから放射される可聴音の指向性係数 $D'(\theta)$ は次式で表される.

$$D'(\theta) = \text{sinc} \frac{kL(1 - \cos\theta)}{2} \quad (4)$$

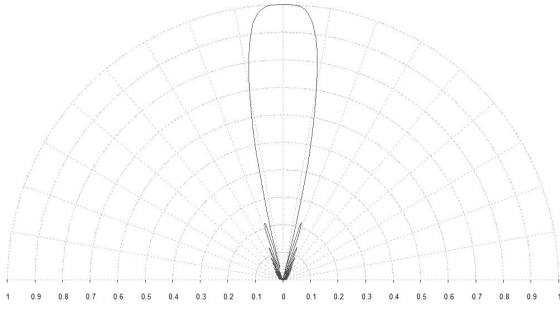


Fig.3 パラメトリックアレイ ($L = 1$ m, 周波数 10 kHz) の指向性.

これは、超音波の進行方向 ($\theta = 0$ rad) において最大値を持つ (Fig.3). また半値半角 $\theta_{1/2}$ は, $\text{sinc}(x)$ が $1/2$ になるのが $x = 1.895$ のときであることから

$$\theta_{1/2} = \cos^{-1}\left(1 - 0.60 \frac{\lambda}{L}\right) \quad (5)$$

により与えられる. 例えば $L = 1$ m, 周波数 10 kHz のとき $\theta_{1/2} = 12$ deg 程度である.

4. おわりに

超指向性スピーカの原理についてまとめた. 振幅の大きな超音波が存在する空間は音源としてふるまう. また超音波は直進性が強い. これらの性質により, 空中に可聴音のパラメトリックアレイが形成され, 超指向性が実現される.

超指向性スピーカは, 有名なところでは清水寺 (京都) に設置されている. 狭い範囲に音を直接届ける用途の他に, 物体に反射させるとその物体から音が聞こえてくる, という応用もある.

参考文献

- [1] M. Yoneyama, J. Fujimoto, Y. Kawamo, and S. Sasabe: The audio spotlight: An application of non-linear interaction of sound waves to a new type of loudspeaker design, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 73, pp. 1532-1536, 1983.
- [2] 鎌倉友男, 酒井新一: パラメトリックスピーカの原理と応用, 電子情報通信学会技術研究報告, vol. 105, pp. 25-30, 2006.
- [3] 鎌倉友男, 熊本芳朗: 音響流と放射圧, 電子情報通信学会技術研究報告, vol. 96, pp. 31-38, 1997.
- [4] 大賀寿郎, 斎藤繁実, 鎌倉友男, 武田一哉, 音響エレクトロニクス —基礎と応用—, 培風館, 2005.
- [5] 山田晃: 音響工学 第6章 音波の放射, <http://www.tuat.ac.jp/~yamada/onkyo/chap6/chap6.html>.
- [6] 超音波振動子 T4010A1 仕様書, [http://www.nicera.co.jp/pro/ut/pdf/T4010A1\(ENG\).pdf](http://www.nicera.co.jp/pro/ut/pdf/T4010A1(ENG).pdf).
- [7] パラメトリック・スピーカー実験キット, <http://www.tristate.ne.jp/parame.htm>.

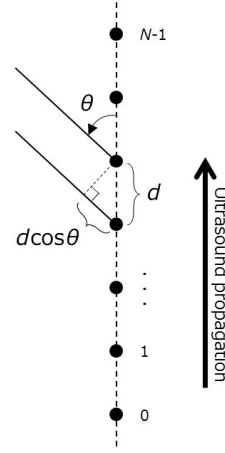


Fig.4 パラメトリックアレイの問題設定.

A パラメトリックアレイの指向性

N 個の音源が長さ L の範囲に間隔 $d \equiv L/(N-1)$ で並んでいる場合 (Fig.4) を定式化し, その後 $N \rightarrow \infty$ ($d \rightarrow 0$) の極限を求める. 音源は音速で進む超音波によって設置されるので, 音源間には距離に応じた位相差が生じる. $e^{jnk d}$ はそれを表す位相項である.

$$\begin{aligned} p(\theta) &= \sum_{n=0}^{N-1} A e^{jnk d} e^{-jnk d \cos \theta} \\ &= A \frac{1 - e^{jNkd(1-\cos \theta)}}{1 - e^{jkd(1-\cos \theta)}} \\ &= A \frac{e^{j\frac{Nkd(1-\cos \theta)}{2}} \frac{\sin \frac{Nkd(1-\cos \theta)}{2}}{\sin \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}}}{e^{j\frac{kd(1-\cos \theta)}{2}} \frac{\sin \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}}{\sin \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}}} \\ &= A \frac{e^{j\frac{Nkd(1-\cos \theta)}{2}} \frac{Nkd(1-\cos \theta)}{2} \frac{\text{sinc} \frac{Nkd(1-\cos \theta)}{2}}{\text{sinc} \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}}}{e^{j\frac{kd(1-\cos \theta)}{2}} \frac{kd(1-\cos \theta)}{2} \frac{\text{sinc} \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}}{\text{sinc} \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}}} \\ &= AN e^{j\frac{kL(1-\cos \theta)}{2}} \frac{\text{sinc} \frac{k(L+d)(1-\cos \theta)}{2}}{\text{sinc} \frac{kd(1-\cos \theta)}{2}} \\ &\rightarrow AN e^{j\frac{kL(1-\cos \theta)}{2}} \text{sinc} \frac{kL(1-\cos \theta)}{2} \quad (d \rightarrow 0) \quad (6) \end{aligned}$$

なお, ここでは簡単のため各音源の振幅が等しく A [Pa] であると仮定しているが, 実際には超音波の減衰 (拡散, 空気による吸収, 可聴音の放射) により先に行くほど音源の振幅が小さくなる.